

Aspectos culturales sobre la enseñanza de los fundamentos de la matemática¹

Cultural aspects on teaching the basics of mathematics

Aspectos culturais no ensino das noções básicas de matemática

Fecha de recepción: diciembre de 2013

Alfonso Segundo Gómez Mulett²

Fecha de aceptación: julio de 2014

Resumen

Este artículo surge como producto de una investigación realizada sobre la enseñanza universitaria de la lógica y la teoría de conjuntos en el Caribe Colombiano. Se pretende mostrar algunos aspectos sobre el contenido de los cursos de fundamentos de la matemática en el primer año de universidad, después de un examen bibliográfico y documental de textos y programas de asignatura. La pesquisa permitió encontrar que en la mayoría de los casos existen dos tendencias, una de tipo cultural y otra de tipo histórico, respecto a lo que se ha entendido por fundamentos de la matemática.

Palabras clave: enseñanza, fundamentos, programas, matemática universitaria, textos escolares.

Abstract

This work appears as marginal product of research conducted on university teaching of logic and set theory in the Colombian Caribbean. We intend to show some aspects of the course content of foundations of mathematics in the first year of college, after a literature review and documentary texts and course programs. The investigation led to the discovery that there are two tendencies, a cultural and other historical type, regarding what has been understood by foundations of mathematics in most cases.

Keywords: Education, foundations, programs, university mathematics textbooks.

Resumo

Este trabalho surge como um produto marginal de pesquisas sobre o ensino universitário da lógica e da teoria dos conjuntos no Caribe colombiano.

¹ Artículo de investigación.

² Profesor de la Universidad de Cartagena, Cartagena (Colombia). Contacto: agomezml@unicartagena.edu.co

biano. Pretendemos mostrar alguns aspectos do conteúdo do curso de fundamentos da matemática no primeiro ano de faculdade, depois de uma revisão da literatura e textos documentais e programas dos cursos. A investigação levou à descoberta de que existem duas tendências, um tipo de histórico cultural e outros, sobre o que tem sido entendido por fundamentos da matemática, na maioria dos casos.

Palavras-chave: educação, fundações, programas, livros de matemática da universidade.

Introducción

En la enseñanza universitaria, el primer curso del currículo de matemáticas en las carreras que utilizan la matemática para apoyar el desarrollo disciplinar, se presenta generalmente a manera de un curso introductorio. Este curso, en la literatura escolar, suele llamarse precálculo, matemática básica, introducción a la matemática, álgebra y trigonometría, fundamentos de matemáticas, entre otros. Cualquiera que sea el nombre del curso, el contenido expone nociones de lógica y teoría de conjuntos o solamente teoría de conjuntos al comienzo, con el propósito de proveer una teoría base o fundamento para el estudio de los temas siguientes; pero ¿estos temas permiten realmente fundamentar la matemática articulándose al tratamiento posterior de las temáticas restantes? Responder a esta pregunta implica contextualizar el significado de la expresión *fundamentos de la matemática* desde lo pedagógico, pero también teniendo en cuenta el contexto en el cual se cimenta la matemática enseñada.

Marco teórico

Existe una amplia discusión sobre la enseñanza de la matemática en el nivel universitario, sin que se

haya llegado a conclusiones unificadas (Artigue, 2003). Lo mismo ocurre sobre el significado de los fundamentos de la matemática y su enseñanza, donde se encuentran diferentes puntos de vista a veces antagónicos, por ejemplo, González (1950) y Putman (1967) entre otros, dan significado preciso a esta expresión, mientras que Harada (2005) afirma que las matemáticas no necesitan fundamento porque no son radicalmente diferentes a las ciencias empíricas y a las demás actividades humanas. En lo relacionado con la enseñanza de los fundamentos de la matemática, Thom (1981) da poca importancia a los fundamentos de la matemática, mientras que, los seguidores de la matemática moderna dan tratamiento especial a la teoría de conjuntos. Esta problemática permite dar diferentes interpretaciones dependiendo del origen de las nociones matemáticas, el propósito de la enseñanza, los aspectos históricos y las tendencias educativas.

Si se revisa el origen de las nociones matemáticas, debe recurrirse a la epistemología, es decir, a las corrientes que sustentan la matemática: el logicismo, el formalismo y el intuicionismo (Henkin, 1971). Si la interpretación se hace desde el propósito de la enseñanza, los contenidos se ajustarían a una matemática instrumental, conteniendo conceptos básicos elementales sin lógica y teoría de conjuntos, como lo propone

Kline (1976), o a lógica y teoría de conjuntos como lo propone Manzano (2004). Si se tienen en cuenta los aspectos históricos, los fundamentos deberían estar constituidos por la geometría y el álgebra; y si los fundamentos se interpretan desde las tendencias educativas, según González (1994), habría que examinar los tres paradigmas en la enseñanza de la matemática para determinar los contenidos, o recurrir a los estándares internacionales.

Siguiendo a Ramos (2005), no solo las interpretaciones señaladas anteriormente explican qué son y cómo se enseñan los fundamentos en matemática, pues existe un sistema de creencias del profesorado sobre el tema, adquirido culturalmente y reflejado en los programas curriculares. Estas creencias son subjetivas, están basadas en los sentimientos, están articuladas y se relacionan entre sí formando un sistema, usan una lógica empírica debido a que no gozan de un grado de rigurosidad comprobable, se refieren a situaciones concretas y se orientan por la intuición a través de la observación de ciertos hechos que el creyente tiende a generalizar, se van construyendo a partir de una realidad observada y de la visión que se tiene del entorno o el mundo hasta constituir un esquema conceptual (De Faría, 2008).

Afinando la discusión sobre los fundamentos de la matemática desde la enseñanza y los propósitos de esta investigación, existen dos interpretaciones claras: la primera, los fundamentos están constituidos por la lógica formal aristotélica y la teoría de conjuntos; la segunda, los fundamentos están integrados por aquellas teorías que sirven de plataforma a otras, aquí podría incluirse el álgebra, la geometría, la trigonometría y la geometría analítica, con o sin la presencia de los conceptos más elementales de la lógica y la teoría de conjuntos.

Metodología

La elaboración del trabajo se realizó siguiendo la técnica de análisis documental y bibliográfico de contenido. El análisis documental fue utilizado en el estudio de los programas del primer curso de matemática universitaria (Bardin, 1986), aplicado a una muestra subjetiva de diez programas. El análisis bibliográfico de contenido se aplicó según Lupiáñez (2010), a una muestra representativa de los seis textos que históricamente han sido más utilizados, y que aparecen referenciados en los programas, inspeccionando las nociones básicas de lógica y teoría de conjuntos y su articulación con el resto de contenido.

Resultados

Los resultados obtenidos del examen de contenidos aplicado a los seis textos de matemática y a los programas del primer curso de matemática universitaria, en seis cursos de ingeniería y cuatro de ciencias administrativas y contables, obedecieron a las siguientes preguntas: ¿cuáles nociones básicas de lógica y conjuntos se presentan?, y ¿existe articulación entre las nociones básicas y el resto del contenido?

De los programas de ingeniería analizados, solamente uno de ellos introduce nociones elementales de lógica y conjuntos, dos programas incluyen conjuntos y sus operaciones y los otros no incluyen ninguno de los dos temas. Los que contienen los temas no muestran articulación con la temática consecutiva. Así las cosas, la enseñanza de los temas constituye un agregado sin importancia.

Los textos analizados fueron el de Allendoerfer y Oakley (1990), Leithold (1998), Zill y Dewar (2000), Sobol y Lerner (2006), Swokowski y Cole (2008) y Arya y Lardner (2002). Los resultados se resumen en la tabla 1:

Texto	Contenido de lógica	Contenido de conjuntos	Articulación con el resto del contenido
Allendoerfer	Proposiciones, tablas de verdad, cuantificadores, métodos de demostración.	Operaciones con conjuntos	Nula (lógica) Débil (conjuntos)
Leithold	Ninguno	Conjunto de los números reales	Ninguna
Zill	Proposiciones, argumentos, métodos de demostración, cuantificadores.	Operaciones con conjuntos	Débil
Sobol	Proposiciones, cuantificadores, reglas de inferencia	Operaciones con conjuntos, cardinal de un conjunto.	Débil
Swokowski	Ninguno	Ninguno	Ninguna
Arya	Ninguno	Conjuntos e intervalos	Ninguna

Tabla 1. Textos analizados

Adicionalmente, el texto de Allendoerfer estudia primero los conjuntos y después la lógica, contrariando los fundamentos; los métodos de demostración no se resaltan al realizar algunas demostraciones o ejemplificar conceptos; no se hace énfasis en el manejo de los cuantificadores. En Sobol no se sabe cuál es el propósito de presentar reglas de inferencia, en general, los conjuntos se incluyen para hablar del conjunto de los números reales, es decir, para que quede una constancia de su inclusión.

Conclusiones

De acuerdo con los resultados, se vislumbra que la cultura de la enseñanza de la matemática no se fundamenta en la lógica y la teoría de conjuntos, sino en las temáticas que tradicionalmente han sido consideradas como teoría base. La cultura de la enseñanza de la matemática universitaria en su curso inicial es la de consolidar el álgebra, la trigonometría y la geometría analítica del bachillerato. Si bien se ha aprendido matemáticas sin lógica y conjuntos, es porque existe la creencia de que estos son temas de la matemática pura y el profesional

no matemático solamente necesita hacer cálculos, resolver ecuaciones, solucionar problemas prácticos, es decir, lo cuantitativo porque la historia indica que es así. Pero todo esto tiene causas comunes, según Bishop (1988) transferimos ideas ciegas de un país a otro, de una generación a otra, de un gobierno a otro, de cultura a cultura. Así, la matemática del presente es un legado cultural donde la lógica y la teoría de conjuntos han tenido poca aceptación. Esto se ve reflejado en los textos importados analizados, determinantes del currículo, y en la escasa o ignorada preparación de los profesores en epistemología de la matemática.

Referencias

Allendoerfer, C. y Oakley, C. (1990). *Fundamentos de Matemáticas Universitarias* (4ta. edición). México: McGraw-Hill.

Artigue, M. (2003). ¿Qué se Puede Aprender de la Investigación Educativa en el Nivel universitario? *Boletín de la Asociación matemática Venezolana*, 10(2), 117-134.

- Arya, J. y Lardner, R. (2002). *Matemáticas para administración y economía* (4ta. edición). México: Pearson.
- Bardin, L. (1986). *Análisis de contenido*. Madrid: Akal.
- Bishop, A. (1988). Aspectos sociales y culturales de la educación matemática. *Enseñanza de las ciencias*, 6(2), 121-125.
- De Faría, E. (2008). Creencias y matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 3(4), 9-27.
- González, F. (1994). *Paradigmas en la enseñanza de la matemática*. Maracay: Copiher.
- González, M. (1950). La crisis actual de los fundamentos de la matemática. *Revista Cubana de Filosofía*, 1(6), 25-50.
- Harada, E. (2005). El cuasi-empirismo en la filosofía de las matemáticas. *Elementos*, 12(59), 15-21.
- Henkin, L. (1971). Mathematical foundations for mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 78(5), 463-487.
- Kline, M. (1976). *El fracaso de la matemática moderna*. Madrid: Siglo XXI Editores.
- Manzano, M. (2004). *Summa logicae en el siglo XXI*. Salamanca: Ediciones Universidad de Salamanca.
- Leithold, L. (1998). *Matemáticas previas al cálculo* (3ta. edición). México: Harla.
- Lupiáñez, J. (2010). *El análisis didáctico como herramienta para el análisis de textos de matemáticas*. Documento inédito: Universidad de Granada.
- Putman, H. (1967). Mathematics without foundations. *Journal of Philosophy*, (64), 5-22.
- Ramos, A. (2005). *Objetos personales, matemáticos y didácticos, del profesorado y cambios institucionales. El caso de la contextualización de las funciones en una facultad de Ciencias Económicas y Sociales*. Tesis doctoral. Universidad de Barcelona, España.
- Thom, R. (1981). Matemática Moderna: ¿Error educacional y filosófico? *Lecturas matemáticas*, 2(3), 279-298.
- Sobol, M. y Lerner, N. (s. f.). *Precálculo* (6ta. edición). México: Pearson.
- Swokowski, E. y Cole, J. (2008). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica* (12va. edición). México: Cengage learning.
- Zill, D. y Dewar, J. (2000). *Álgebra y trigonometría* (2da. edición). Colombia: McGraw-Hill.